

# Les aventures

dans le monde  
des mathématiques

$\Psi$   $\in$   $\mathcal{H}$



# Le projet ANR RAW

Le projet ANR RAW "Random Schrödinger Operators Arising in the study of Random Walks" (opérateurs de Schrödinger aléatoires en relation avec des marches aléatoires) est né des diverses collaborations entre Coni, Hakim et Xiaolin. Tous trois nous intéressons à l'étude de la propagation des électrons dans des matériaux qui présentent des impuretés, en particulier dans les cas où les impuretés empêchent les électrons de se propager, phénomène que l'on appelle la localisation d'Anderson, nommée en l'honneur du physicien qui a découvert ce phénomène. Ce que les physiciens étudient en physique du solide, nous l'étudions ici du point de vue purement mathématique, en examinant un modèle que l'on appelle le modèle d'Anderson.

Dans ce projet, nous nous intéressons plus particulièrement à l'étude de trois modèles différents d'opérateurs aléatoires qui apparaissent dans l'étude de domaines différents. Il s'agit de trois variantes du modèle d'Anderson que l'on utilise pour étudier le transport des électrons dans des matériaux contenant des impuretés : un modèle avec des corrélations qui apparaît dans l'étude des marches aléatoires renforcées, un modèle aléatoire unitaire souvent utilisé en informatique quantique, et un modèle fractionnaire qui apparaît lorsque l'on étudie la propagation dans des réseaux très connectés. On sait donc que ce modèle apparaît dans plusieurs domaines différents, et nous nous demandons si dans tous ces contextes, son comportement serait similaire.

Dans ce projet, nous avons interagi avec des collaborateurs du monde entier et avons organisé des écoles d'été pour de jeunes chercheurs qui effectuent leur master ou leur doctorat et s'intéressent à l'étude de ces modèles.



# Personnages



## Costanza Rojas-Molina

Constanza Rojas-Molina (Coni) a fait des études de mathématiques au Chili, son pays d'origine, avant de poursuivre un master et à Paris et une thèse à Cergy. Elle a travaillé en tant que chercheuse et enseignante à l'étranger avant de revenir en France en 2019 en tant qu'enseignante-chercheuse à CY Cergy Paris Université. Elle est passionnée par les mathématiques, la physique, l'enseignement, l'illustration et la bande dessinée, et elle s'efforce de rendre la science accessible à tous et toutes.

## Hakim Boumaza

Hakim Boumaza a grandi en Alsace, où il a effectué l'ensemble de ses études jusqu'au baccalauréat, avant de partir à Paris pour poursuivre ses études supérieures. Après une classe préparatoire, il a étudié au Magistère de Mathématiques d'Orsay, puis a effectué sa thèse de doctorat à l'Université Denis Diderot à Paris, qu'il a soutenue en 2007. Ensuite, il s'est envolé pour le Japon pour deux années de post-doctorat à Tokyo, avant de revenir à l'Université Paris 13, où il est Maître de Conférences depuis 2009. Il est Habilité à Diriger des Recherches depuis cette année-là.



## Xiaolin Zeng

Xiaolin Zeng a effectué ses études jusqu'au baccalauréat en Chine, puis est venu en France pour une classe préparatoire, cursus qu'il a poursuivi jusqu'à l'obtention d'une thèse. Après avoir passé 2 ans en tant que post-doctorant à Tel Aviv, il est maintenant enseignant-chercheur à Strasbourg. En plus de ses responsabilités à l'université, il s'investit également beaucoup dans la vulgarisation des mathématiques auprès des jeunes.

Il était une fois l'encyclopédie des stéréotypes, un immense livre qui regroupait toutes sortes de théories étranges sur les gens.

## ENCYCLOPÉDIE DES STÉRÉOTYPES



### Mathématicien


Persone qui fait de la recherche et/ou de l'enseignement en mathématiques.

mathématique  
adjectif  
(latin mathematicus, du grec mathēmatikos, de mathēma, science)

1. Relatif aux mathématiques.
2. Qui exclut toute incertitude, toute inexactitude : Précision mathématique.



À la lettre M, nous trouvons le Mathématicien, qui possède des caractéristiques bien définies selon les éminents experts des préjugés. Ci-dessous, sont énumérées les principales caractéristiques du Matematicus Sapiens.



Exemplaire mâle,  
caucasien, avec  
des lunettes  
incroyablement  
grandes et  
épaisses pour  
pallier sa quasi  
absence de vision  
en dehors de  
soi-même.

Enfant surdoué,  
il a appris les  
mathématiques  
quand il était  
bébé.

Il n'a pas de  
temps pour  
d'autres  
activités que sa  
propre  
recherche.

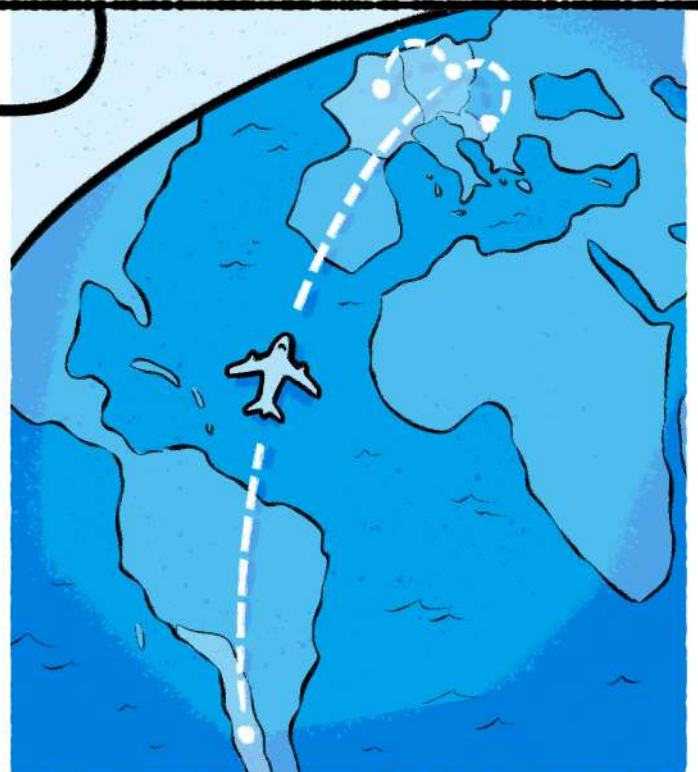
Il travaille en  
solitaire et  
n'aime pas  
collaborer avec  
d'autres  
exemplaires de  
mathématiciens.

Ce sont des  
caractéristiques très  
intéressantes, mais  
tout cela est...



Bonjour !  
Je m'appelle Constanza  
Rojas-Molina et je suis  
mathématicienne, mais aussi  
illustratrice, blogueuse et professeure !

Je suis chilienne, mais pour mon  
travail, j'ai voyagé partout. J'ai  
habité en Slovénie, en Allemagne,  
en France, et maintenant, je vis à  
Paris !





Je travaille sur un projet magnifique, mais je ne suis pas seule à le faire ! Voici mes compagnons d'aventure, c'est-à-dire les autres membres de notre équipe !

Lui, c'est Xiaolin Zeng. Il s'intéresse aux mathématiques depuis son enfance. Il a grandi en Chine, étudié en France et travaillé en Israël. Aujourd'hui, il habite à Strasbourg.



Et voici Hakim Boumaza, il est un Papathématicien, c'est-à-dire un papa et un mathématicien, et il est toujours très occupé !



Ensemble, nous formons l'équipe des merveilles mathématiques du project RAW.

En ce moment, nous sommes en train de travailler sur les opérateurs de Schrödinger aléatoires ...

# ANR-RAV

Opérateurs de Schrödinger en relation avec des n

et voici ce qu'on fait !



Nous trois, on s'intéresse aux mathématiques

## LA LOCALISATION D'ANDERSON

1

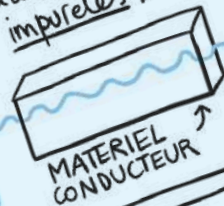


- BONJOUR !

P.W. ANDERSON  
en 1958 étudie le transport  
d'électrons dans des  
matériaux contenant des  
impuretés :

ELECTRON  
😊

COURANTE  
(flux d'électrons)



MATERIEL  
CONDUCTEUR



ISOLANT



MATERIEL AVEC  
IMPURETÉS

LES MATERIAUX  
DEVIENNENT

Anderson a remporté le  
prix Nobel pour cette  
découverte en 1977 !

QU'EST-CE QUI  
SE PASSE DANS  
CE CAS ?

un électron  
"onde quantique"  
propage à





ger aléatoires  
marches aléatoires

se propage sur une  
"tique" qui se  
travers les matériaux.

2

et comment on représente tout ça  
dans un modèle mathématique :

3

L'onde qui "habite" dans est un objet mathématique  
L'ESPACE de HILBERT:

$$\Psi \in \mathcal{H} \rightarrow \text{HILBERT}$$

L'ONDE APPARTIENT À

Les changements de cette onde sont décrits  
dans l'équation de Schrödinger:

$$\Psi(x,t) = e^{-i\hbar t} \Psi_0$$

(CELUI DU CHAT!)

Nous on étudie les interactions  
des électrons avec les impuretés des  
matériaux d'un point de vue  
mathématique, avec toutes les  
possibles VARIATIONS!

(en particulier 3 MODÈLES)

PLUS PROBABLE QUE  
JE SOIS LA!

L'onde, en fait, est  
une DENSITÉ DE  
PROBABILITÉS!

IMPURETÉ

l'électron peut rester piégé  
dans les matériaux dans le  
cas de la  
LOCALISATION D'ANDERSON!

Ce problème est  
très riche ...

et on a besoin de  
disciplines  
différentes pour  
l'étudier!



On sait très bien que cela paraît compliqué, et effectivement les mathématiques peuvent paraître ardues, mais cela ne doit pas vous décourager.

**Au contraire !**

Les mathématiques sont comme un monde à explorer, fait de sentiers plus ou moins tracés et d'énigmes disparates. C'est comme un monde fantastique !

Il y a des villages très fréquentés, qui sont comme les outils mathématiques principaux que tout le monde connaît.



Chaque château représente un grand théorème mathématique...



Entre les villages et les châteaux, il y a des forêts et des routes moins fréquentées.



Le rôle des mathématiciennes et des mathématiciens est de construire de nouveaux outils pour les traverser.



... pour pouvoir explorer tous ces territoires merveilleux.





Méthodes pour opérateurs en dimension 2



Gestion de projets



Dessin



Méthodes pour marches aléatoires



Enseignement



Jeux mathématiques



Méthodes pour opérateurs en dimension 1



Habilitation à diriger des thèses



Equilibre famille /travail

Nous sommes comme de petits personnages dans un monde immense, avec nos spécialités et nos idiosyncrasies.

En tant que mathématiciennes et mathématiciens, nous devons explorer ces territoires, même les plus inaccessibles.



Découvrir de nouveaux mondes et créer de nouvelles routes à parcourir.



Et surtout, échanger entre nous pour comprendre les meilleurs chemins à suivre ou en créer de nouveaux afin de voyager d'un point à l'autre...









**Concept :** Constanza Rojas-Molina,  
Hakim Boumaza, Xiaolin Zeng

**Illustrations :** Maddalena Carrai

**Production :** Fiammetta Ghedini  
pour RIVA Illustrations



$H_\omega$

$\psi_t$

$\psi_t$

Pour en savoir plus

<https://sites.google.com/view/anr-jcj-raw/home>

