DANS MA CUISINE !

Les mathématiques et l'informatique se mettent à table

Livret bonus
Pour aller plus loin

Suivez une étudiante en mathématiques dans sa cuisine, où se mêlent algorithmes,
hasard et probabilités,
rencontres, jeux et énigmes.

MAISON DES MATHEMATIQUES
ET DE L'INFORMATIQUE

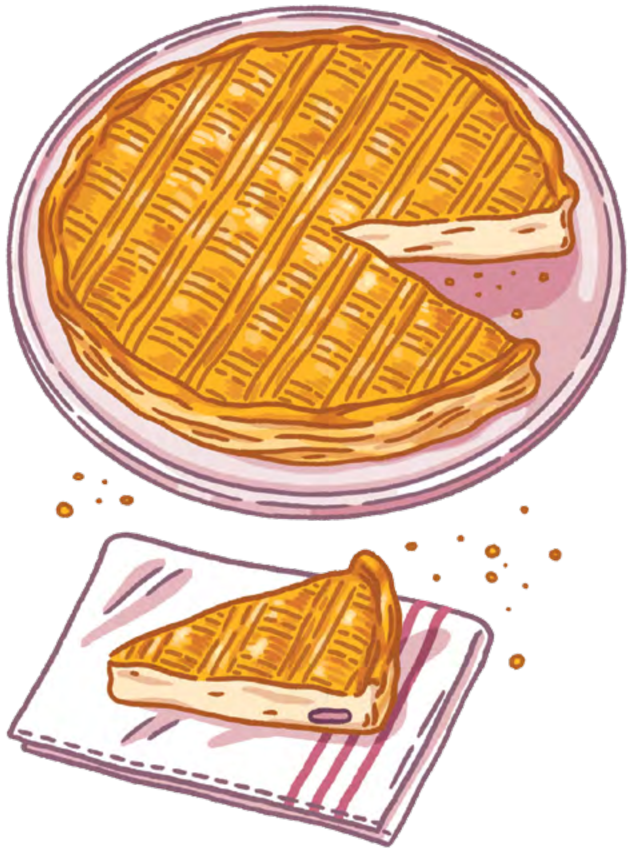
Faire des maths, ça creuse... direction la cuisine pour une petite pause sucrée !
Mais pourquoi les maths et l'informatique resteraient à l'écart de ma cuisine ?
Le carnet d'Elsa
étudiante en Master 2 de mathématiques
Après avoir visité l'exposition à la MMI, vous reprendrez bien un peu de maths et d'info ?
Je vous présente le livret des desserts de l'exposition Dans ma cuisine !

Au menu !


GALETTES et PROBABILITÉS
MMI
On est en famille, c'est le jour de la galette des rois !
On va parler de quelque chose qui arrive assez souvent : couper en plein sur la fève lorsqu'on partage la galette.
TCHAC !
Je n'ai jamais de chance de toute façon !
Mais non !
Il n'y a pas de magie obscure qui fait qu'on n'a « jamais de chance » : couper en plein sur la fève a une certaine probabilité d'arriver, la même pour chaque personne !
25cm
2,5cm
Par exemple, pour une galette de 25 cm de diamètre, lorsqu'une fève de 2,5 cm est placée bien au bord et qu'on coupe en 8...
...on a environ
28%
de chance de tomber sur la fève en coupant la galette.
TCHAC !
Cela fait plus d'une fois sur quatre !
Donc... ça doit arriver tous les quatre ans ?
Et encore non ! (pardon)
Si l'on répète de nombreuses fois l'expérience, cette probabilité de 28 % se matérialise progressivement dans la fréquence qu'on observe : c'est la
LOI des GRANDS NOMBRES


Par contre, cela ne veut pas dire que si l'on fait 100 fois l'expérience, on tombe exactement 28 fois sur la fève, ni que si on la fait 4 fois, on tombe une fois sur la fève.
TCHAC !
TCHAC !
TCHAC !
TCHAC !
TCHAC !
TCHAC !
TCHAC !
TCHAC !
4 et même 100, ce ne sont pas des grands nombres ! Si on veut avoir de bonnes chances d'observer ces 28 %, il faut faire l'expérience vraiment beaucoup de fois.
Et 100, ce n'est encore pas assez !
VOUS POURRIEZ EN LAISSER POUR LES AUTRES QUAND MÊME...
C'EST CHOUETTE LES MATHS MAIS LÀ...
Conclusion : il nous faudrait des milliers de galettes ! Miam !
Pas sûr ! Je pense que de toute façon, on a tendance à se souvenir plutôt des fois où on a coupé sur la fève que des autres.
C'EST SURTOUT MOI QUI M'EN SOUVIENS...
MMI
C'est pour ça qu'on a l'impression de ne jamais avoir de chance !
Les maths ne peuvent évidemment pas nous dire si on va couper la fève la prochaine fois, mais elles peuvent nous donner une évaluation précise du risque : une probabilité.
Allez, à table !
On fait comment pour la couronne ?
Quand les maths ne sont pas sûres, elles sont sûres dans leur manière de ne pas être sûres !

Galette comtoise



Ingrédients :
- 150 ml d'eau
- 120 ml d'arôme de fleur d'oranger
- 50 g de sucre
- 60 g de beurre
- 1 pincée de sel
- 150 g de farine
- 3 oeufs et 1 jaune d'oeuf
- 20 cl de crème fraîche
- 1 paquet de sucre vanillé

Instructions :
- Dans une casserole, porter à ébullition l'eau, la fleur d'oranger, le beurre, le sucre et le sel.
- Hors du feu, ajouter la farine en remuant énergiquement.
- Remettre sur le feu en tournant jusqu'à obtenir une boule.
- Hors du feu, ajouter les oeufs un à un en remuant. Verser 15 cl de crème fraîche.
- Verser dans un moule beurré ou sur du papier cuisson.
- Ajouter la fève... *En la plaçant sur le bord, pour minimiser le risque de tomber dessus !*
- Mélanger le jaune d'oeuf, 5 cl de crème fraîche et le sucre vanillé puis étaler sur la pâte.
- Cuire à 190°C pendant 30 min en surveillant les 5 dernières minutes !

Bon appétit !

J'adore les galettes comtoises. Ce sont des galettes parfumées à la fleur d'oranger.

Sur une étagère de ma cuisine, des algorithmes ?

Les algorithmes ne concernent pas toujours les ordinateurs : les recettes de cuisine sont elles aussi des algorithmes.

Battre des blancs en neige, les incorporer, mélanger de la farine et du sucre, autant de tâches simples qui, mises toutes ensemble, vont faire un délicieux gâteau.

Cette manière de combiner du simple pour créer du complexe est aussi l'un des fondements de l'informatique : un domaine très pointu, certes, mais où les règles de base ne sont pas si éloignées de la cuisine qu'on ne le pense !

Les ordinateurs ne savent faire qu'un tout petit nombre de tâches simples !

Les mettre bout à bout pour réaliser des choses complexes, c'est le rôle des algorithmes.

Délicieuse liste de nombres rangés par ordre croissant

Ranger en ordre croissant est ce qu'on appelle trier en informatique.

Les recettes de cuisine font souvent appel au mélange. En informatique, c'est le contraire : les ordinateurs passent leur temps à trier, que ce soit pour classer des chaussures par prix ou des followers par ordre alphabétique. N'oublions pas que le mot ordinateur signifie « qui met en ordre » !

Ingrédients: entrées
5 nombres de votre choix

Temps de préparation : temps de calcul
10 opérations : quasiment instantané pour un ordinateur

- Dans un grand tableau de cases mémoire - préalablement beurré, disposez votre liste de cinq nombres.
- Numérotez bien les cases de votre tableau, de la case 1 à la case 5.
- Prenez les deux nombres dans les cases 1 et 2, placez le plus petit dans la case 1 et le plus grand dans la case 2.
- Répétez cette opération pour les cases 2 et 3, puis 3 et 4, enfin 4 et 5.
- Répétez ce procédé pour les cases 1 et 2, 2 et 3 et 3 et 4.
- Répétez encore pour les cases 1 et 2, 2 et 3, puis une dernière fois 1 et 2.
- La liste est enfin prête, rangée en ordre croissant. Au besoin, vérifiez à l'œil !

La liste se conserve longtemps, à condition de pouvoir être stockée, bien entendu.

Bon appétit !

La règle d'or : produire le bon résultat

Pour cuisiner, j'aime bien improviser. Par contre, quand je me décide à suivre une recette de cuisine, je préfère que le résultat soit ce qui était promis ! D'ailleurs, ce qu'on entend derrière le mot algorithme, c'est une suite d'instructions vouée à produire un résultat, à réaliser une tâche ou à résoudre un problème.

Une des tâches que font souvent les ordinateurs est le tri : le rangement de paquets de nombres, du plus petit au plus grand.

Jetons un œil sur la page de gauche. Cet algorithme produit-il bien le bon plat, une (délicieuse) liste de cinq nombres triés du plus petit au plus grand ? Parvient-il à trier n'importe quel paquet de cinq nombres ?

En cuisine, une recette ne laisse pas le choix des ingrédients. Notre algorithme, lui, doit fonctionner quels que soient les cinq nombres choisis au départ. Une fois qu'on a démontré que c'est le cas, on peut l'appeler algorithme de tri.

Astuce de chef•fe : zéro perte de temps !

Si une recette prend beaucoup de temps inutilement, alors je lui préfèrerai une autre recette. Pour faire du tri de nombres, il existe aussi plusieurs algorithmes. On leur donne des noms pour les différencier : notre algorithme s'appelle le tri à bulles.

Comme en cuisine, on cherche le meilleur algorithme, c'est-à-dire le plus rapide à faire ! Pour comparer les algorithmes, on doit mesurer leur rapidité. Cela revient à compter le nombre d'opérations demandées par les instructions.

Lorsqu'on trie des millions de nombres, deux algorithmes qui semblent similaires peuvent se révéler très différents ! Notre algorithme, le tri à bulles, n'est pas le champion de sa catégorie, il existe des tris bien plus rapides. L'un d'eux est d'ailleurs appelé tri rapide ! Par contre, le tri à bulles a l'avantage de permettre le travail d'équipe...

Astuce de pros : cuisiner ensemble

Quand je cuisine avec des ami·es, non seulement c'est plus amusant mais, en plus, on va souvent plus vite. Ne pourrait-on pas connecter deux ordinateurs et leur faire exécuter ensemble un algorithme ?

Cuisiner à plusieurs, ce n'est pas toujours un gage d'efficacité. Qu'on soit dix aux fourneaux ne fait pas cuire une tarte plus vite !

Pour certains algorithmes, la coopération entre ordinateurs n'apporte pas grand chose, tandis que pour d'autres, comme notre tri à bulles, c'est prodigieux !

La parallélisation est la possibilité de faire coopérer plusieurs ordinateurs connectés entre eux et c'est très efficace : ce domaine de recherche est particulièrement actif en ce moment !

Connaissez-vous le nombre de cœurs de votre smartphone ?

Dans votre téléphone, plusieurs cœurs travaillent en même temps, en se répartissant les tâches de vos diverses applis.

Les cœurs (ou core en anglais) sont comme des petits cerveaux indépendants. Ils réalisent chacun leurs tâches en autonomie.

Le cerveau d'un smartphone est son processeur. Or, depuis quelques années, les processeurs sont composés de plusieurs cœurs.

Après une rapide recherche sur internet, j'ai appris que mon portable ne compte pas moins de 8 coeurs !

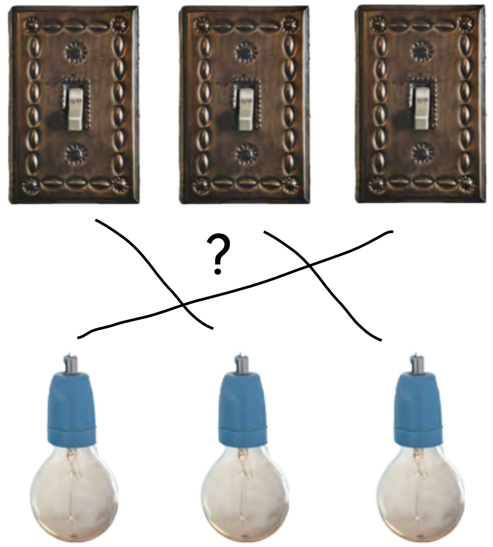
Le jeu des ampoules

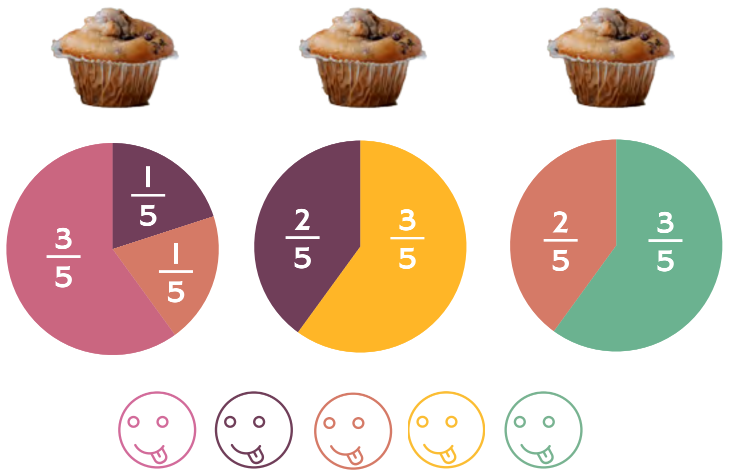
Les trois ampoules de la cuisine sont actionnées par trois interrupteurs à l'extérieur.

Les trois ampoules sont éteintes. Vous avez le droit d'actionner les interrupteurs et d'aller une seule fois, sans revenir en arrière, dans la cuisine.

Comment déterminer pour chaque ampoule l'interrupteur qui la commande ?

Page 17, Karine Heydemann nous parle de son domaine de recherche. On découvre que les secrets les plus sûrement gardés sont menacés par de nouvelles techniques, qui reposent sur l'observation de signaux physiques.





Tout le monde veut son muffin

Vous êtes cinq ami·es affamé·es mais votre argent de poche ne vous permet d'acheter que trois muffins. Seulement, personne ne veut recevoir de petits morceaux.

Comment les partager équitablement, et de telle sorte que les plus petites parts soient les plus grandes possible ?

Le partage à gauche a des plus petites parts de taille un cinquième. C'est déjà bien trouvé ! Mais il existe peut-être une meilleure solution. À vos muffins !

Solutions page 27 !

Le carré magique

Placez les nombres suivants dans la grille pour que chaque nombre soit la moyenne de ses quatre voisins (haut, bas, droite, gauche).

6	10	10	11	12	12	13	13
13	13	14	14	15	16	16	20

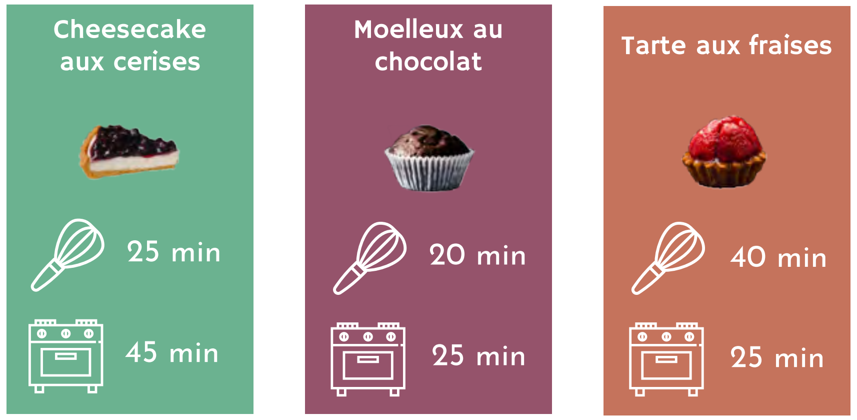
Et si vous commenciez par les valeurs extrêmes, dans les coins ?

	8	13	17	25	
7					24
11					15
15					11
19					3
	18	13	9	0	

Place à la ronde des desserts !

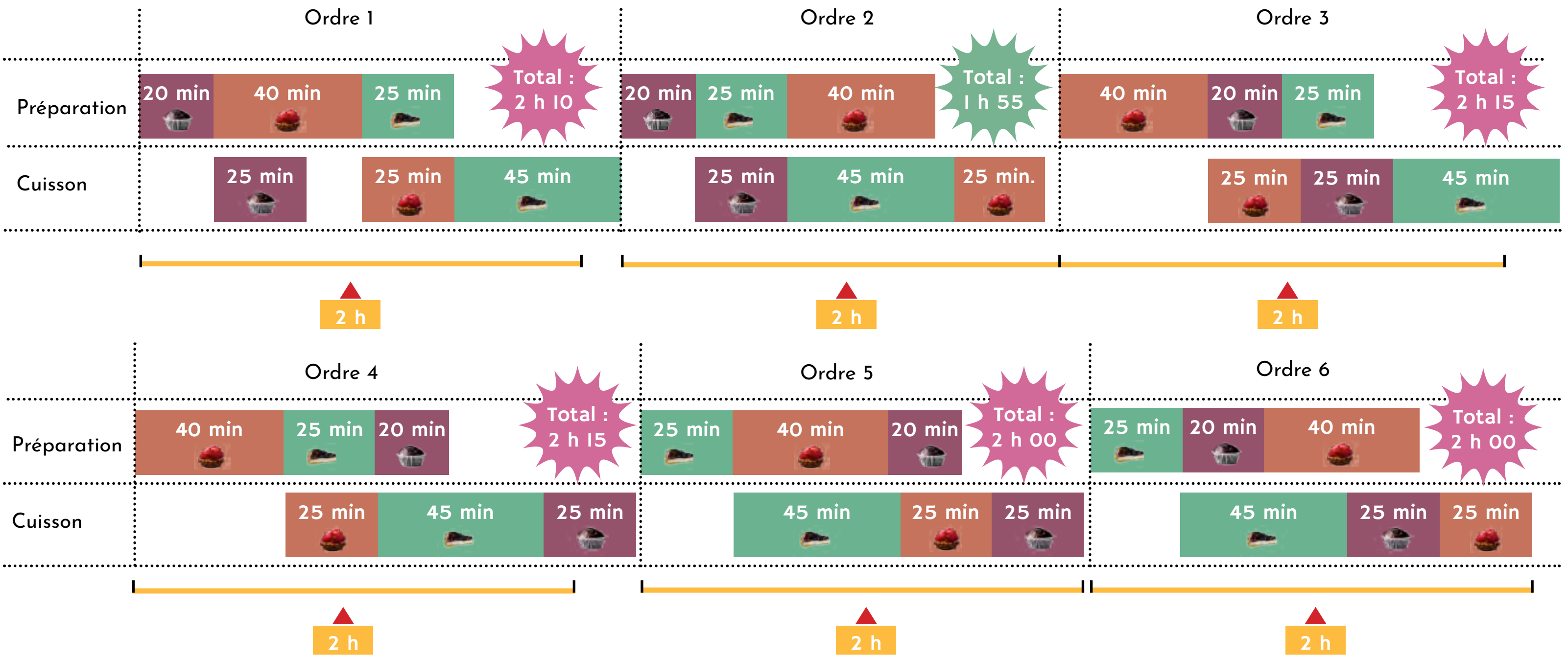
C'est toujours un peu compliqué de s'organiser pour cuisiner plusieurs choses à la fois. Pour l'anniversaire de mon frère, j'ai prévu de faire trois gâteaux : un cheesecake aux cerises, une tarte aux fraises et un moelleux au chocolat. Miam ! Sauf que… les invité·es arrivent dans deux heures !

Faut-il commencer par faire le cheesecake, puis le moelleux, et ensuite la tarte ?
Ou bien d'abord le moelleux, puis la tarte, et finir par le cheesecake ?



Dès qu'un gâteau est au four, je commence à préparer le suivant. Comme les temps de préparation et de cuisson sont différents de l'un à l'autre, je peux sans doute gagner du temps en réfléchissant à l'organisation !

Pour ces trois gâteaux, je peux simplement comparer toutes les possibilités.



Conclusion, je dois faire puis puis pour aller plus vite !

Pourquoi l'ordre moelleux puis cheesecake puis tarte est-il plus rapide ?

Qu'est-ce qui le rend meilleur que les autres ?

Cet ordre commence par le moelleux, c'est-à-dire mon dessert le plus rapide à préparer, et il finit par une cuisson courte, avec la tarte.

Finalement, c'est assez intuitif : mieux vaut utiliser le four rapidement et anticiper les longues cuissons.

Grâce à ce principe, il existe une méthode, l'algorithme de Johnson, pour découvrir directement l'ordre dans lequel faire mes gâteaux !

L'algorithme de Johnson permet de résoudre d'autres problèmes que le mien.

Mes desserts constituent des activités qui se décomposent en plusieurs tâches (préparation, cuisson) ayant un ordre (on ne peut pas cuire avant d'avoir préparé). La préparation mobilise une personne tandis que la cuisson accapare un four : chaque tâche nécessite une ressource.

De manière générale, un problème d'ordonnancement est caractérisé par un certain nombre d'activités, de tâches et de ressources.

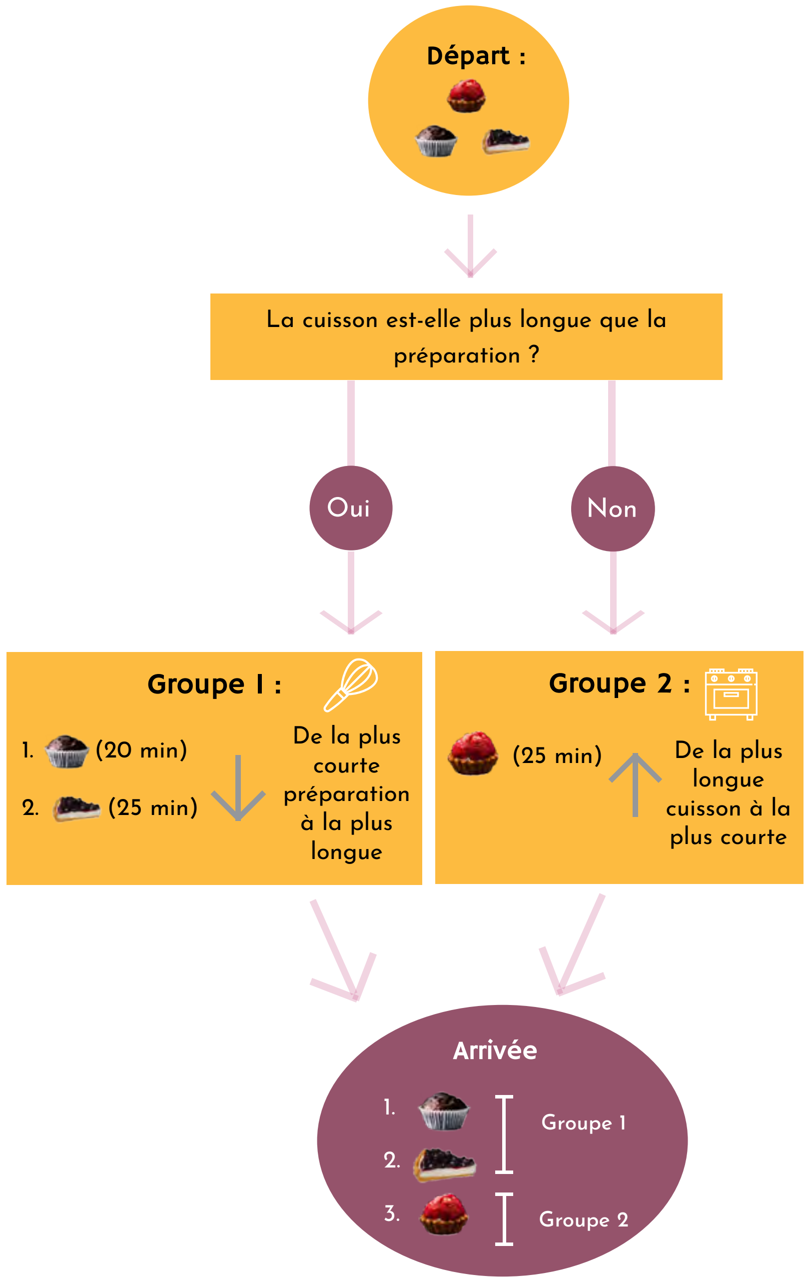
Ordonnancer les tâches, c'est les placer dans un ordre d'exécution. Parmi toutes les possibilités, on cherche à trouver celles qui prennent le moins de temps au total.

Avec deux ressources (un temps de préparation, un temps de cuisson), l'algorithme de Johnson est rapide et trouve la solution optimale.

Pour savoir dans quel ordre faire 100 gâteaux, il nécessite quelques centaines d'opérations, ce qui est quasiment instantané pour un ordinateur.

Le problème, c'est que tous mes calculs m'ont bien pris 10 minutes. Cherchons une méthode plus efficace pour la prochaine fois !

Algorithme de Johnson



ACTIVITÉS

Sablés

20 min

10 min

20 min

Maintenant, j'aimerais faire des sablés en plus de mon cheesecake, ma tarte et mon moelleux.

Pour les sablés, après la préparation et la cuisson, il faut bien sûr les décorer ! Et cela tombe bien, mon petit frère adore faire ça.

Sauf que pour l'organisation, la décoration fait basculer la situation, il y a maintenant trois tâches à prendre en compte : préparation, cuisson, décoration, avec à chaque fois, une seule personne ou un seul four pour le faire.

Malheureusement, l'algorithme de Johnson ne fournit plus la meilleure solution et le problème devient horriblement compliqué.

On range tous les problèmes informatiques dans des classes de complexité, selon les temps de calcul qu'ils nécessitent pour être résolus.

Bizarrement, l'ordonnancement à deux ressources appartient à une classe complètement différente de l'ordonnancement à trois ressources ou plus !

Les problèmes d'ordonnancement apparaissent partout ! Par exemple, mon téléphone portable dispose d'un ordonnanceur chargé d'établir une file de priorité.

A partir de trois ressources (comme avec la décoration), on est face à une explosion du nombre de calculs à faire pour résoudre le problème.

Et dès 15 sortes de gâteaux combinant 15 ressources (four, personne...), on atteint les limites des ordinateurs actuels...

Aidez-nous à organiser le prochain goûter

Pas besoin de décorer les cookies, et commencez par les donuts pour aller plus vite !

Découpez les tâches ci-dessous et placez-les dans notre planning :

1 h — 2 h — Objectif 3 h !

Voir pages 12-13

Préparation	Prépa 10 min.	
Cuisson	Cuisson 20 min	
Décoration	Déco 20 min	

Chaque gâteau doit être préparé avant d'être cuit et cuit avant d'être décoré !

Il n'y a qu'une seule personne pour préparer, un seul four et une seule personne chargée de décorer.

Déco	Préparation	Préparation	Cuisson	Déco	Cuisson	Préparation
50 min	35 min	30 min.	10 min	20 min	25 min	35 min

Préparation	Préparation	Cuisson	Cuisson	Cuisson	Déco	Déco
40 min	20 min	50 min	35 min	15 min	25 min	5m

Surfaces

La surface des oranges s'appelle la sphère.

La surface d'un donut s'appelle le tore.

La surface d'une tasse est aussi un tore : c'est la même, à une déformation près.

Cookies sur internet

Lorsque vous arrivez sur un site internet, il envoie un fichier, appelé cookie, à votre ordinateur.

Ensuite, à chaque fois que vous retournez sur le site, votre ordinateur lui renvoie automatiquement ce fichier.

Cela permet au site de se rappeler de votre pseudo ou de vos précédents achats, par exemple.

Jeu de la tablette de chocolat

2 joueur·ses + 1 tablette de chocolat

1) Marquez un coin de la tablette

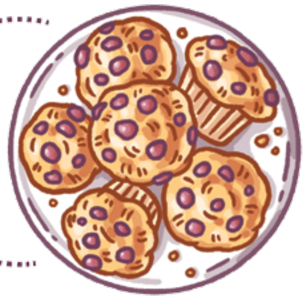
2) Chacun·e à votre tour, cassez la tablette suivant une ligne ou une colonne.

3) Laissez à votre adversaire le morceau contenant la marque. Celui ou celle qui se retrouve avec le dernier carré, qui sera forcément le coin marqué, a perdu !

Pensez-vous qu'il existe une façon de gagner à tous les coups ?

Aline Parreau est chercheuse en théorie des jeux et elle adore le chocolat. Sa technique ? Toujours laisser une tablette « carrée » à l'autre !

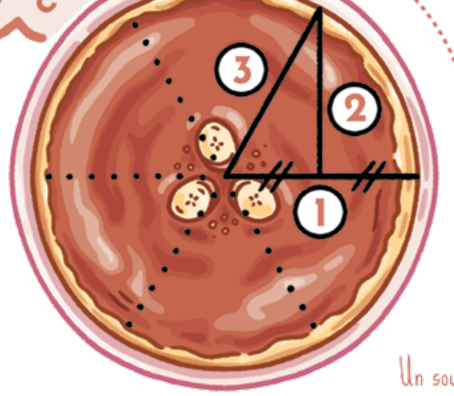
Envie d'affronter le défi des muffins ? Rendez-vous p. 11.



Empiler des oranges, c'est tout sauf un jeu d'enfants pour les mathématicien·nes...

Suite ? page 22.

L'astuce pour couper en 6 !



1) Coupez une entaille jusqu'au centre du gâteau, puis trouvez le milieu de cette entaille.

2) En partant du milieu, remontez perpendiculairement jusqu'au bord du gâteau.

3) C'est le bon endroit pour votre deuxième coup de couteau ! Recommencez ensuite pour faire les autres parts.

Un souvenir de lycée ?! $\cos(60°) = 0{,}5$

Zone à découper

Hacking et cuisine : Rencontre avec une spécialiste !

Dans l'exposition, vous avez peut-être deviné une recette de cuisine rien qu'en écoutant aux portes. Vous avez mis en œuvre une stratégie pour percer un secret, la recette, en ayant uniquement accès à des bruits !

Imaginons maintenant que l'on puisse « écouter aux portes » d'un ordinateur et y voir clair dans les données secrètes qu'il manipule... Absurde, vraiment ?

Pour en avoir le cœur net, j'ai fait appel à une spécialiste. J'ai eu la chance de rencontrer Karine Heydemann dans son laboratoire d'informatique à Paris.

Karine Heydemann est enseignante-chercheuse en informatique, un métier intense « où l'on ne s'ennuie jamais » ! Elle mène des recherches en sécurité informatique et enseigne à l'université.

Karine Heydemann, maîtresse de conférence au laboratoire d'informatique LIP6 (Sorbonne Université/CNRS)

À quoi sert la sécurité en informatique ?

K.H. : La sécurité informatique ressemble à la sécurité tout court : on veut éviter que quelqu'un rentre chez vous, prenne des objets de valeur ou trouve des informations sur vous.

En informatique, on manipule des informations et on cherche à garantir à la fois leur contenu et leur confidentialité.

Tout le monde communique des informations confidentielles, comme des numéros de cartes bancaires, via des outils informatiques. Sur internet, dans https, le "s" veut dire "secure" : nos échanges avec le site sont protégés.

Comment découvrir une clé secrète ?

K.H. : Aujourd'hui, les techniques de chiffrement qu'on utilise sont complètement sûres mathématiquement : il est impossible de récupérer une clé secrète par le calcul !

Seulement, en pratique, un programme s'exécute sur un objet. Il fait du bruit, consomme de l'énergie... en fonction du programme qui est exécuté et des données qu'il manipule.

Des attaques informatiques exploitent les informations venant de ces différents signaux physiques. Elles peuvent permettre d'accéder aux clés secrètes, tout comme écouter aux portes de la cuisine permet de découvrir une recette !

Comment protège-t-on nos échanges ?

K.H. : On utilise des propriétés mathématiques pour transformer une information de manière à ce qu'elle soit illisible si elle est interceptée.
Grâce à la cryptographie, on peut parvenir à chiffrer et déchiffrer l'information, avec des clés secrètes.

Sur quoi vos recherches portent-elles ?

K.H. : En cuisine, on peut remplacer discrètement de la farine par autre chose dans le placard avant que quelqu'un ne cuisine. En observant si le plat est réussi ou non, on peut savoir s'il y avait de la farine dans la recette.

Dans les attaques informatiques que j'étudie, on vient perturber matériellement le système.
La façon dont il réagit nous renseigne sur les données secrètes.

Perturber un système informatique, qu'est-ce que ça veut dire ?

K.H. : On peut jouer sur l'alimentation électrique, la tension ou encore introduire une énergie lumineuse avec un flash d'appareil photo. Le flash produit un signal électrique dans le circuit là où il ne devrait pas y en avoir.

Ces techniques sont utilisables contre des systèmes petits et accessibles... comme les cartes bancaires et les téléphones portables. Heureusement, ces objets sont pourvus de mécanismes de défense, que je cherche justement à améliorer.

La recette secrète

« J'aime beaucoup cuisiner. Quand je goûte quelque chose et que je trouve ça bon, j'aime beaucoup essayer de trouver les ingrédients, et les "trucs" qui font que c'est bon. »

Voici la recette préférée de Karine. Parviendrez-vous à déterminer de quelle gourmandise il s'agit ?

Ingrédients :
50 cl de lait - 1 pincée de sel - 2 oeufs entiers + 2 jaunes d'oeufs - ½ gousse de vanille - 1 cuillère à soupe de rhum - 100 g de farine - 200 g de sucre - 50 g de beurre

Préparation :
- Faire bouillir le lait avec la vanille et le beurre.
- Pendant ce temps, mélanger la farine et le sucre puis incorporer les œufs d'un seul coup et verser ensuite le lait bouillant.

L'astuce de Karine : Avec les blancs d'oeufs restants, commencer à faire des meringues en parallèle.

- Mélanger doucement afin d'obtenir une pâte fluide comme une pâte à crêpes. Laisser refroidir, puis ajouter le rhum.
- Laisser reposer au moins une heure au frigo.
- Préchauffer le four à 270°C avec la plaque sur laquelle cuiront les *******. Verser la pâte refroidie dans les moules bien beurrés, en ne les remplissant qu'à moitié.
- Rapidement, disposer les ******** sur la plaque du four préchauffé, à 270°C, pendant 5 minutes, puis baisser la température à 180°C et continuer la cuisson pendant 1 heure : le ******* doit avoir une croûte brune et un intérieur bien moelleux.
- Démouler encore chaud.

Pour décrypter une recette il faut l'écouter plusieurs fois. Si à chaque fois il y a des choses différentes qui se passent, on ne comprend rien.

En informatique aussi, il faut faire un grand nombre d'observations pour déterminer une clé secrète. Du coup, pour compliquer de telles observations, on ne manipule jamais la clé secrète seule dans les calculs faits par le processeur.

Si par exemple on doit faire l'opération secret + 1, on fera plutôt secret + ? + 1, où ? est un nombre qui change à chaque fois !

Pas trouvé ?
Rendez-vous p. 27

C'est l'heure des pancakes !

Des pancakes pour le petit déjeuner ? Quelle bonne idée ! Mais je n'ai qu'une poêle ! Combien de pancakes vais-je faire à la fois ?

Lorsque je dispose la pâte à pancakes dans ma poêle, je cherche un compromis entre la taille des pancakes (ni trop gros, ni trop petits) et l'utilisation de toute la surface de la poêle.

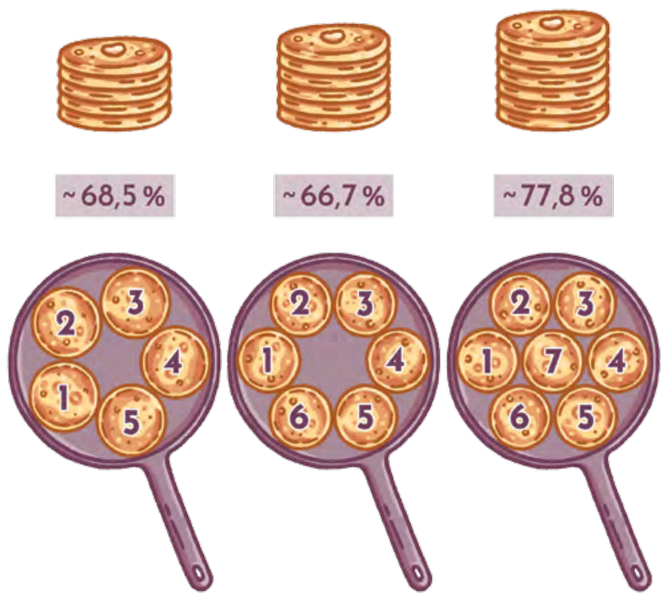
Un unique pancake occupera parfaitement la poêle, mais sera beaucoup trop gros ! Seulement, lorsque je fais plusieurs pancakes dans ma poêle, je n'occupe plus toute sa surface.

Pour simplifier, j'imagine que mes pancakes sont parfaitement ronds, identiques et peuvent se toucher, mais pas se chevaucher. La poêle est aussi parfaitement ronde. Dans ce cas, on peut être sûr·e que deux pancakes n'occupent pas plus de 50 % de la poêle, trois pancakes, 64,6 % et pour quatre pancakes, c'est 68,6 %.

Pourquoi les poêles à pancakes du commerce sont-elles toujours conçues pour 7 pancakes ?

Pour réduire la surface de poêle inoccupée, il ne faut pas simplement faire des pancakes plus petits. Par exemple, cinq et six pancakes occuperont au total moins de surface que quatre pancakes...

Par contre, avec sept pancakes, on peut atteindre 77 % de la poêle.

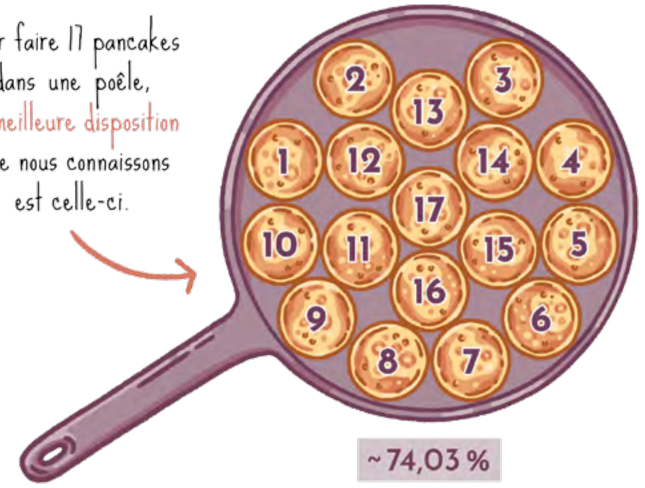


Peut-on faire mieux en disposant encore plus de pancakes, de plus en plus petits ?

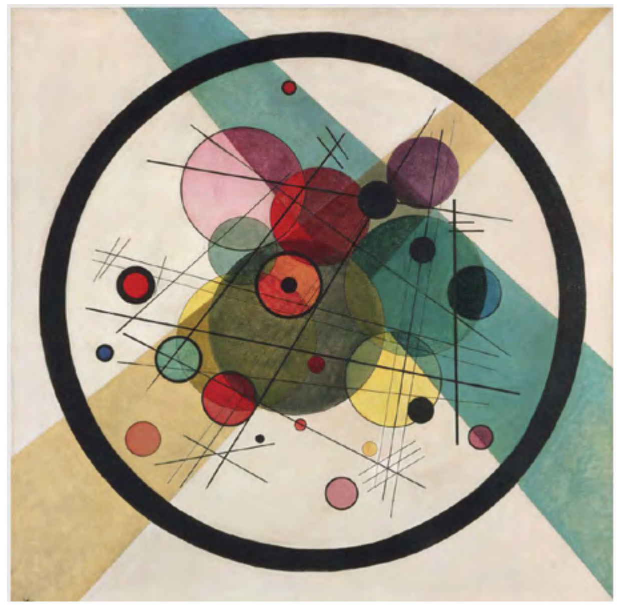
De 8 à 13, cela ne sert à rien d'essayer : on est sûr·es de ne pas faire mieux. De 14 à 18, on ne fait pas mieux que 76 % non plus - pour l'instant.

Pour l'instant ?
On ne connaît tout simplement pas la proportion maximale de la poêle que l'on peut occuper avec un nombre de pancakes figurant entre 14 et 18.
C'est une question mathématique ouverte, non résolue.

Pour faire 17 pancakes dans une poêle, la meilleure disposition que nous connaissons est celle-ci.



C'est seulement avec 19 pancakes qu'on connait une manière d'occuper plus de 80 % de la poêle... Mais cela fait des pancakes tout petits !



La composition VIII du peintre russe Vassily Kandinsky, appelée « Cercles dans un cercle », représente l'unité et l'harmonie dans le cosmos.
Les mathématicien·nes et les cuisinier·es ne sont donc pas les seul·es à se préoccuper de mettre des cercles dans un cercle !

Mathématiques orange

Un récit scientifique fruité

En juillet 2022, Maryna Viazovska reçoit la plus prestigieuse récompense en mathématiques : la médaille Fields.

Comme beaucoup d'autres étudiant·es en maths, je m'intéresse alors à ses travaux. Qu'est-ce qui les rend si exceptionnels ? A ma grande surprise, je découvre que tout a commencé avec une histoire de tas d'oranges.

Maryna Viazovska, professeure à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

Voici le point de départ : au marché, les oranges sont souvent empilées d'une manière bien structurée, qui laisse peu de vide entre elles.

A son époque, Johannes Kepler se posait beaucoup de questions, aussi bien sur les flocons de neige que sur les nids d'abeilles. Inévitablement, la disposition de ces tas d'oranges attira son attention.

Ça, c'est précisément la première étape dans le processus mathématique : se poser des questions.

l'empilement des marchand•es

Pourrait-on gagner de la place en trouvant une meilleure manière d'empiler les oranges ?

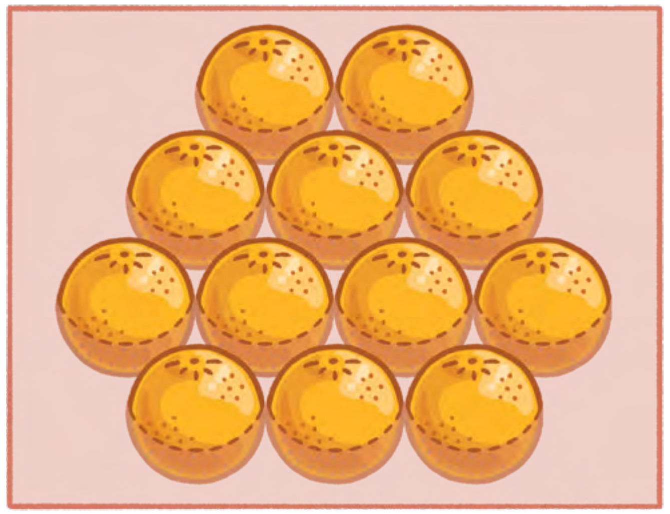
Pour Kepler, la réponse est non : mieux que l'empilement des marchand·es, ça n'existe pas. En tout cas, pas pour remplir un espace illimité.

Là, Kepler vient d'établir une conjecture, une affirmation dont il pense qu'elle est vraie, mais sans preuve à l'appui.

Un grand jeu en maths, c'est de transformer les conjectures en théorèmes, c'est-à-dire en affirmations démontrées par une preuve.
Vaste programme !

Longtemps, l'affirmation de Kepler reste injustifiée. Le problème est bien plus difficile que ce que l'on imagine. A force, l'idée de le décomposer en petits morceaux fait son chemin.

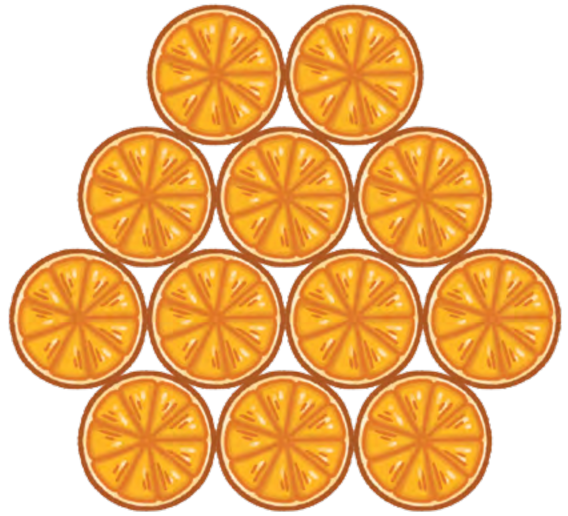
L'empilement des marchand·es est constitué de plusieurs couches. Essayons d'abord de mettre un maximum d'oranges sur une seule couche !



Là, on vient d'identifier un cas sans doute plus facile à résoudre.

Faire une seule couche, c'est tout comme disposer plusieurs disques sur une feuille.

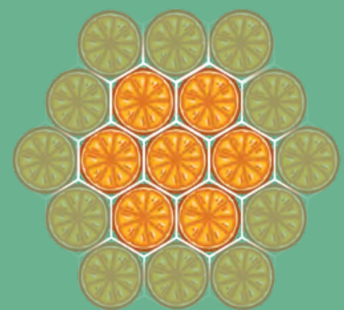
Dans l'exposition, vous avez peut-être rangé des gâteaux dans une petite boîte. Ici, on imagine plutôt une boîte tellement immense qu'on n'atteindrait jamais ses bords. Pratique, non ?



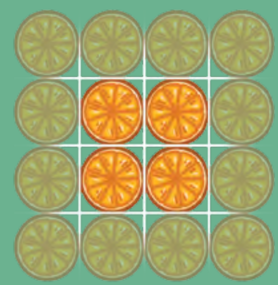
Quiz

Parmi ces deux manières de disposer des rondelles d'orange dans une très grande boîte, laquelle a la meilleure densité* ?

A



B



*densité : taux d'occupation de la surface totale par les rondelles

Réponse : la A avec sa densité d'environ 91 %

Étudier les couches d'oranges individuellement finit par porter ses fruits. Désormais, on sait que la bonne réponse à mon quiz est aussi la disposition de disques la plus dense possible. En plus, elle correspond aux couches du fameux empilement des marchand·es !

Par contre, cela n'implique pas qu'il est lui-même le plus dense possible. On reste donc face à une tâche monumentale : comparer l'empilement des marchand·es avec tous les autres empilements de sphères possibles.

Heureusement, des outils mathématiques permettent d'éliminer une bonne partie des concurrents.

On est en train de réduire l'étendue du problème !

Malgré tout, ceux qui restent sont si nombreux qu'il est humainement impossible de les étudier tous…

C'est le développement des ordinateurs qui change la donne. Ils réalisent des vérifications automatiques, surveillés de près par les mathématicien·nes humain·es !

Finalement, non, on ne peut pas empiler les sphères mieux que les marchand·es.

Est-ce donc terminé ?

Dans cette histoire, on a étudié des empilements à deux dimensions (les rondelles d'oranges) et à trois dimensions (les tas d'oranges).

Que se passe-t-il avec quatre dimensions ?

Les mathématiques, ce n'est pas fini ! Chaque nouveau théorème peut être précisé, étendu ou modifié.

L'empilement des sphères en dimension 4 reste une énigme mathématique encore aujourd'hui. Par contre, Maryna Viazovska a réussi à donner une preuve qu'un certain empilement appelé E8 est le meilleur possible… en dimension 8.

J'ai le vertige en lisant des explications sur les travaux de Maryna Viazovska : en dimension 8, chaque sphère peut en toucher 240 autres de même taille !

Nous venons de parcourir une histoire longue, très longue : elle s'étend sur plus de 400 ans.

L'empilement des marchand·es est très simple. Pourtant, la preuve qu'il n'existe pas mieux a demandé plusieurs siècles de recherche en mathématiques.

1611

Johannes Kepler
énonce la conjecture « Aucun empilement de sphères n'est meilleur que celui des marchand·es. »

1890

Axel Thue
esquisse une preuve de la meilleure disposition de disques dans le plan.

1953

László Fejes Tóth
montre que de nombreux empilements de sphères sont moins denses que celui des marchand·es.

1998

Thomas C. Hales
prouve la conjecture de Kepler avec l'aide d'ordinateurs pour certaines vérifications.

2016

Maryna Viazovska
prouve qu'un certain empilement est le meilleur en dimension 8.

Pause café avec Hugo Duminil-Copin

Aujourd'hui, en visite en région parisienne, je vais rencontrer le mathématicien Hugo Duminil-Copin. Quand j'arrive, il me propose un café…

En 2022, Hugo Duminil-Copin a reçu la médaille Fields, la récompense la plus prestigieuse au monde en maths. Ses travaux concernent les transitions de phases : ce sont des changements brusques du comportement d'un système qui se produisent alors qu'on varie ses paramètres très régulièrement.

Pour faire un café, on verse de l'eau chaude sur du café moulu.

Jusque là, j'arrive à suivre !

Il faut que le café ne soit pas trop tassé, sinon l'eau ne passe pas ! Mais si les grains ne sont pas assez serrés, l'eau passe trop vite et ça fait du jus de chaussettes…
Entre les deux, il se passe un truc : ça fait un bon café !

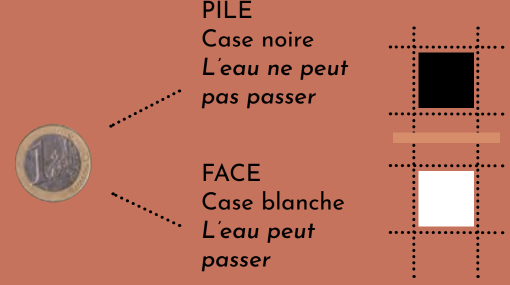
D'ailleurs, il suffit de tasser un peu trop - ou trop peu - pour rater son café : c'est très subtil.

Oui ! Ce qui m'intéresse, c'est de comprendre pourquoi. C'est un exemple typique de transition de phases. Le problème, c'est que je ne peux pas aller voir à l'intérieur du café moulu. Du coup, je vais remplacer ma cafetière par une grille. Pour chaque case de la grille, je décide de la présence d'un grain de café par un lancer de pile ou face.

Et as-tu donc aussi une chance sur deux de parvenir à un théorème mathématique ?!

Avec ma méthode, je ne peux pas prédire que l'eau passera à travers la grille. Par contre, je peux trouver la probabilité que cela ait lieu. Que ce soit toi ou moi qui construise la grille, cette probabilité est la même. J'ai 100 % de chance d'être capable de la calculer !

1. Pour chaque case



2. Grille finale

Eau

RECOMMANDATIONS

Livres

Les mathématiques du Milkshake

La mathématicienne anglaise Katie Steckles vous propose de nombreuses expériences mathématico-culinaires. Que ce soit en épluchant une clémentine ou en mangeant une pizza, découvrez pourquoi vous faites déjà des maths dans votre cuisine !

EDP Sciences, 2022

Comment cuire un 9 ?

A travers cet essai, Eugenia Cheng se propose de partir de la cuisine pour décrire le raisonnement et l'activité mathématique, notamment le passage à l'abstraction. Tout cela, en 15 recettes de cuisine !

Flammarion, 2016

Ada ou la beauté des nombres

A quoi pouvait ressembler la vie d'une informaticienne bien avant l'arrivée des ordinateurs ? Ada Lovelace a écrit le premier véritable programme informatique en 1843. Catherine Dufour nous raconte l'histoire de ce personnage oublié de l'histoire.

Fayard, 2021

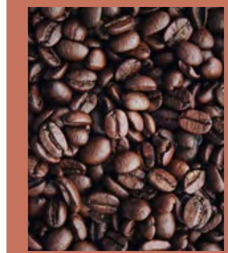
Vidéo

Des chocolats dans une boîte

Sur sa chaîne Youtube Micmaths, Mickaël Launay nous explique ce que les mathématicien·nes ont à nous dire des boîtes de chocolats. Vous y trouverez peut-être quelques ressemblances avec le rangement des cookies et des oranges, mais cette fois-ci, en restant tranquillement assis devant votre écran.

Comment ranger des chocolats dans une boîte (mathématiquement) ?
postée le 18 décembre 2022 sur la chaîne YouTube Micmaths

Article



Du café aux feux de forêts

Envie d'aller plus loin avec Hugo Duminil-Copin ? Il nous explique le phénomène de percolation sous toutes ses coutures. Et s'il y avait même un lien avec la rouille et les feux de forêts?

Hugo Duminil-Copin, La percolation, jeu de pavages aléatoires, 2012
Disponible en ligne sur le site Images des mathématiques : https://images.math.cnrs.fr/

Podcast

Tête-à-Tête Chercheuse(s)

Dans « Tête-à-tête Chercheuse(s) », la chercheuse en mathématiques Nathalie Ayi converse avec d'autres mathématicien·nes. On découvre leurs parcours variés, leurs goûts et leur manière d'appréhender la recherche.

Une écoute qui peut aider à s'orienter dans l'enseignement supérieur, que l'on soit au lycée ou en master de mathématiques.

Le podcast est disponible en ligne sur Spotify, Deezer et d'autres plateformes. Retrouvez tous les détails sur https://podcast.ausha.co/tat-chercheuses

DIRECTION DE LA PUBLICATION :
Olivier Druet, directeur de la MMI

DIRECTION DE LA RÉDACTION :
Nina Gasking, chargée de médiation à la MMI

RÉDACTION :
Elsa Maneval, stagiaire médiation à la MMI

MISE EN PAGE :
Salvade Castera, chargée de communication à la MMI

ILLUSTRATION :
Marie Ducom, illustratrice scientifique

REMERCIEMENTS :
à Karine Heydemann, maîtresse de conférence en informatique à Sorbonne Université et Hugo Duminil-Copin, professeur permanent à l'IHES pour les entretiens accordés ;
au comité scientifique de l'exposition, en particulier Aline Parreau et Timothée Pecatte.

CRÉDITS ICONOGRAPHIQUES :

p. 1 : Isabella Fischer
p. 2 : Vicky Ng
p. 3 : Los Muertos Crew
p. 6 : Calum Lewis
p. 7 : Nicole Michalou
p. 8 : Alexander Grey
p. 9 : Haut : Elina Fairytale
p. 9 : Bas : Cottonbro Studio
p. 10 : Elina Fairytale
Cookies : Rodnae Productions
p. 11 : Muffins : Anete Lusina
Ampoules : Vera Cho
Interrupteurs : mk-s
p. 12 : Cheesecake : Mink Mongle
Muffins : Tamas Pap
Tartes aux fraises : Ruslan Khmelevsky
p.14 : sablés : Casey Chee
p. 17 : Haut : Anna Shvets
Bas : Sorbonne Université
p. 22 : Petra Lein pour la MFO
p. 26 : Chocolats : Jennifer Pallian
Café : Igor Haritanovich
Tasse : Brenda Godinez

Ce livret prolonge la visite de l'exposition *Dans ma cuisine* conçue par la Maison des Mathématiques et de l'Informatique (MMI) à Lyon.

COMMISSARIAT DE L'EXPOSITION

Nina Gasking, chargée de médiation à la MMI

COMMISSARIAT SCIENTIFIQUE

Olivier Druet, Directeur de recherche CNRS à l'ICJ (Université Claude Bernard Lyon 1) et directeur de la MMI

COMITÉ SCIENTIFIQUE DE L'EXPOSITION

Eric Duchêne, Professeur des Universités à l'IUT Lyon 1 et au LIRIS (Université Claude Bernard Lyon 1)

Hélène Leman, Chargée de recherche INRIA à l'UMPA (ENS de Lyon)

Aline Parreau, Chargée de recherche CNRS au LIRIS (Université Claude Bernard Lyon 1)

Timothée Pecatte, Professeur agrégé (INSA Lyon)

Solution des jeux

Le carré magique

	8	13	17	25	
7	10	13	16	20	24
11	12	13	14	15	15
15	14	13	12	11	11
19	16	13	10	6	3
	18	13	9	0	

Pour comprendre la propagation de la chaleur dans un four, on utilise une version un peu plus compliquée du carré magique : l'équation de la chaleur.

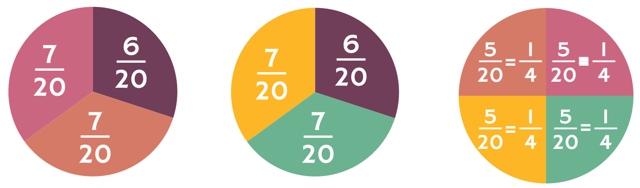
La recette secrète p. 20 est une recette de cannelés.

Le jeu des ampoules

Une ampoule, ça éclaire, mais ça chauffe aussi !
Allumez deux des trois ampoules pendant une dizaine de minutes. Juste avant d'aller dans la cuisine, éteignez l'une des deux. Une fois dans la cuisine, il y a une ampoule qui brille et deux ampoules éteintes, mais l'une des deux est chaude, donc elle correspond à l'interrupteur actionné juste avant.

Vous avez été confronté·e à un problème mathématiquement impossible - que l'on peut quand même résoudre dans la réalité physique !

Tout le monde veut son muffin



Avec cette solution, les parts font au moins un quart de muffin, ce qui est - largement ! - mieux qu'un cinquième.

Ce jeu est tiré du livre Mathematical Muffin Morsels: Nobody Wants a Small Piece, dirigé par William Gasarch, entièrement consacré aux mathématiques du découpage de muffins. Comment faire la même chose, mais avec 5 muffins pour 3 personnes ?

Dans la découpe de la page 11, on donne à certain·es leur part en un seul morceau (de taille 3/5). D'autres ont alors un cinquième. Si l'on veut éviter cela, chacun doit recevoir au moins deux morceaux. Il faut alors dix morceaux. Cela nécessite de couper l'un des muffins en quatre, d'où la découpe en quarts.

MMI
MAISON DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Contact

Pour nous joindre
contact@mmi-lyon.fr

Pour nous retrouver en un clic
www.mmi-lyon.fr

Horaires

Selon la programmation

Exposition
Ouvert à tous publics, tous les samedis de 14 h à 16 h (réservation conseillée).

Tarifs

Selon les activités.
La majorité des activités sont gratuites pour tous•tes sauf indication contraire. Certaines des activités proposées par nos partenaires sont payantes, mais elles sont toujours en partie subventionnées par la MMI.

Réservation

Les réservations s'effectuent uniquement en ligne sur www.mmi-lyon.fr, dans la limite des places disponibles, via la page de l'activité ou l'onglet « Infos pratiques – Réservation »
Fermée durant les vacances de Noël, juillet et août et jours fériés.

Venir à la MMI

1 place de l'École - 69007 Lyon (Voie piétonne)
1er étage (face à l'amphi Mérieux)
Site Monod de l'ENS de Lyon
Au coeur du quartier de Gerland

En transport en commun
Tram T1 – arrêt ENS de Lyon
Métro B – arrêt Debourg
Bus C 22, 96 – arrêt Halle Tony Garnier
Vélo'v – Place des Pavillons (station n°7012)
ou Place de l'Ecole Lyon - Angle rue de St Cloud (station n°7046)

En voiture
Depuis l'Est : Périphérique Sud – sortie Gerland
Depuis l'A6 : sortie Pont Pasteur

Le Fonds de dotation de l'IHP pour les dix entreprises partenaires de l'IHP :